

Применение оптимизационных методов и интерактивного блокирующего контура при выборе коэффициентов смещения (корригировании) цилиндрических эвольвентных зубчатых передач внешнего зацепления.

Голованёв Валерий Александрович
Golovanev@ascon.ru

Аннотация

Задачу оптимального выбора коэффициентов смещения следует решать с помощью методов оптимизации по математической модели эвольвентной зубчатой передачи, основанном на геометрическом и прочностном расчете (ГОСТ 16532-70 и ГОСТ 21354-87), с учетом системы ограничений, заданных блокирующим контуром. Приведена постановка задачи и пример ее удачного решения. Выполнена программная реализация интерактивного блокирующего контура. Введены новые характерные линии блокирующего контура, дана их характеристика. Впервые на блокирующем контуре сформированы изополя коэффициентов запаса контактных и изгибных напряжений.

Введение

Требования к повышенной прочности, долговечности, износостойкости и плавности работы зубчатых передач были, есть и будут приоритетными при проектировании зубчатых передач.

Широкие возможности для удовлетворения этих требований предоставляет так называемое корригирование эвольвентных зубчатых колёс. Сущность корригирования зубчатых колёс сводится к использованию различных участков одной и той же эвольвенты. Корригирование производится путем изменения положения (смещения) инструмента относительно заготовки в станочном зацеплении. Именно корригирование позволяет без материальных затрат с помощью стандартного инструмента изменять форму и размеры зубьев, варьировать качественные показатели и нагрузочную способность передачи, вписывать передачу в требуемое межосевое расстояние, а также проектировать работоспособные передачи, функционирование которых при нулевых смещениях просто невозможно (например, с 5-6 зубьями на малой шестерне).

Показателями, отражающими корригирование зубчатой пары, являются коэффициенты смещения исходного контура – x_1 и x_2 .

Наглядным способом отображения зависимости геометрических параметров и качественных показателей передачи от коэффициентов смещения являются кривые, построенные для каждого сочетания чисел зубьев передачи Z_1 и Z_2 в плоской системе координат x_1 и x_2 . Эта система координат была предложена М.Б. Громаном [1] еще в 1955 году, а в дальнейшем получила развитие в работах В.А. Гавриленко и коллектива, возглавляемого И.А. Болотовским. Именно В.А. Гавриленко был предложен термин «блокирующий контур зубчатой передачи».

Суть блокирующего контура (рис. 1) [2] состоит в том, чтобы на плоскости координат x_1 , x_2 в виде набора линий показать основные ограничения, в пределах которых будет обеспечена кинематически правильная работа зубчатой передачи.

Таковыми ограничениями (изолиниями) являются :

- *Предельно допустимое минимальное значение коэффициента торцового перекрытия $\varepsilon_\alpha = 1$ (при $\varepsilon_\alpha < 1$ будет нарушена непрерывность зацепления зубьев в передаче).* По сути данный коэффициент можно считать критерием плавности работы.
- *Интерференция в рабочем зацеплении* (ситуация, когда в процессе работы передачи,

вершина зуба одного колеса внедряется в зуб другого колеса, т. е. происходит заклинивание зацепления).

- Границы допустимого подрезания;
- Предельно допустимое минимальное значение нормальной толщины зуба на поверхности вершин зубьев $s_{na} = 0$;
- Срезание зуба зубчатого колеса зуборезным долбяком при обработке колеса данным инструментом.

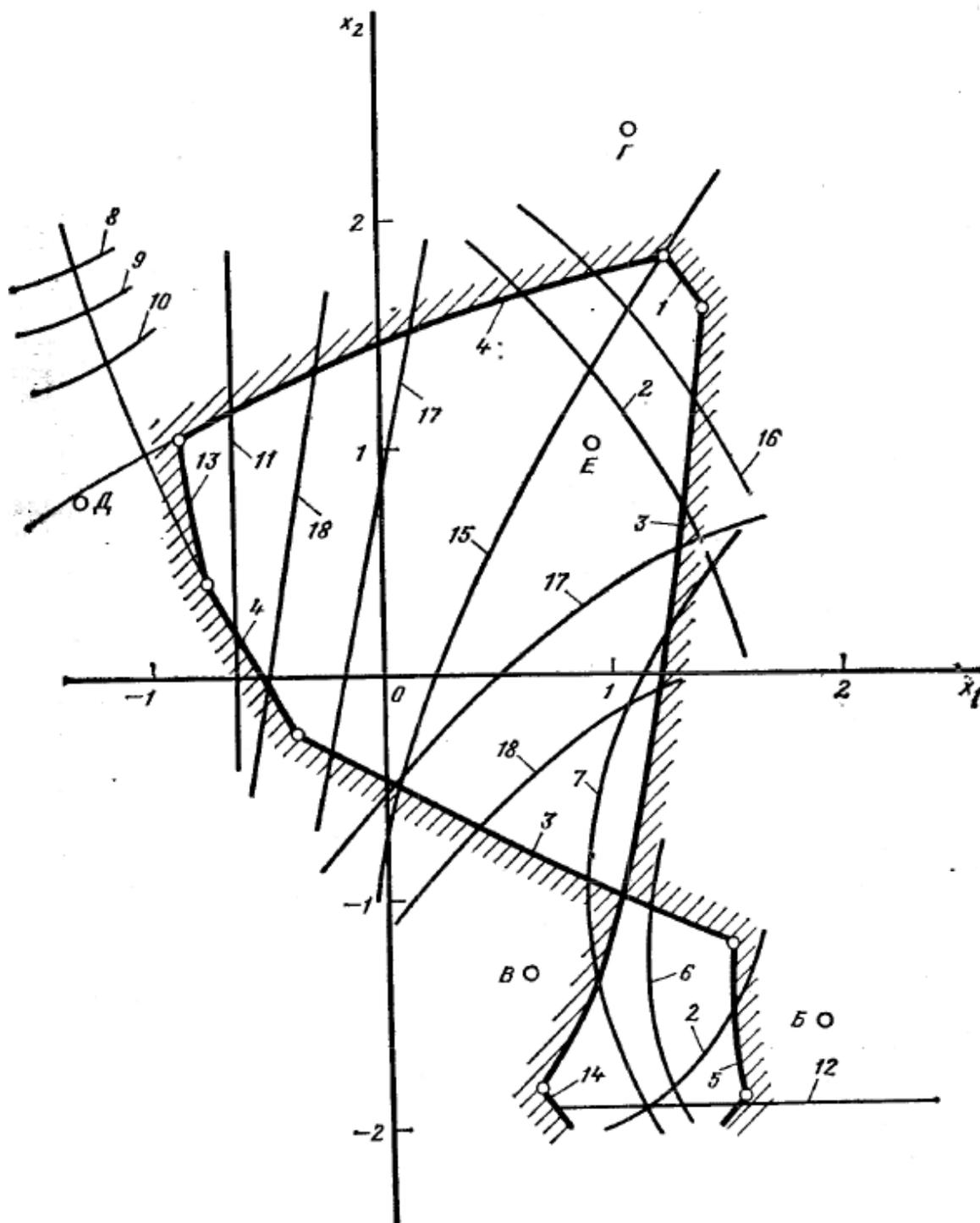


Рис. 1. Блокирующий контур передачи внешнего зацепления, составленной из колес, нарезанных реечным инструментом.

Внутри блокирующего контура (БК) могут быть проведены линии условных границ, за

которые переходить не рекомендуется : $\varepsilon_{\alpha} = 1,2$, $s_{na} = 0,4m_n$, и линии $x_1 = x_{min1}$, $x_2 = x_{min2}$, ограничивающие начало подрезания, а также линия $x_1 + x_2 = 0$ (при расчете передачи по коэффициентам смещения) или линия $x_1 + x_2 = x_{\Sigma}$ (при расчете передаче с фиксированным межосевым расстоянием).

Кроме того, представляет интерес линия выравнивания удельных скользящих в нижних точках активных профилей зубьев $\theta_{p1} = \theta_{p2}$ (ЛВУС). По сути эта линия является критерием износостойкости передачи. Применение данной линии в БК было сделано И.А. Болотовским [3], основываясь на работах Я.И. Дикера [4].

Многие ученые задавались вопросом о принципах рационального выбора коэффициентов смещения. Не вызывают спора выводы И.А. Болотовского [3] о том, что параметры рациональной коррекции зависят от условий работы и вида наиболее вероятного разрушения зубьев, от материалов, из которых изготовлены колеса, и их термообработки, от способа изготовления зубчатых колес (червячная фреза или долбяк), от класса точности передачи и т. д.

Методы оптимизации, интерактивный блокирующий контур и расчет передачи

Создание альбомов блокирующих контуров зубчатых передач коллективом под руководством И.А. Болотовского [8,9,10] дало в руки конструкторов и расчетчиков мощный инструмент по подбору коэффициентов смещения, однако не решило задачу оптимального выбора параметров корригирования. Подбор коэффициентов требовал от конструктора определенных профессиональных навыков и неоднократного выполнения трудоемких расчетов передачи.

В наше время с появлением мощных ПЭВМ задача построения интерактивного блокирующего контура уже решалась [11], однако основными целями построения были визуализация линий БК, визуализация зацепления и возможность краткого геометрического расчета передачи по выбранной точке.

Наличие современной вычислительной техники дает возможность разрабатывать и реализовывать методы решения сложных технических задач, а также позволяет предложить пользователю готовые программные решения, удовлетворяющие профессиональные потребности современных инженеров.

Задачей оптимального выбора коэффициентов смещения зубчатой передачи должна заниматься компьютерная программа, использующая для поиска решений методы оптимизации. Проектируемая зубчатая передача представляется в виде математической модели с заданной совокупностью критериев качества (от одного и более), а также с заданной системой геометрических ограничений по параметрам зацепления. Иными словами, набор значений коэффициентов смещений должен находиться в пределах блокирующего контура.

Что же представляет собой математическая модель зубчатой передачи? По сути, это геометрический расчет, выполненный по ГОСТ 16532-70, и расчет на прочность, выполненный по ГОСТ 21354-87, с целевой функцией, выстраиваемой по одному или совокупности критериев.

Что же необходимо для построения линий БК? Математическая модель зубчатой передачи, а также некоторые методы поиска линий экстремумов для тех или иных показателей (геометрических и прочностных) в двумерном поле значений коэффициентов смещения.

При этом результаты расчетов желательно отображать, в том числе, и в созданном программой интерактивном БК (далее — ИБК).

Именно такой подход был использован при разработке подсистемы расчета и выбора коэффициентов смещения для модуля расчетов цилиндрической зубчатой передачи внешнего зацепления, входящего в комплекс программ по расчету механических передач КОМПАС-

GEARS, который, в свою очередь, является частью разработанного автором статьи приложения «Валы и механические передачи 3D» для системы трехмерного модулирования КОМПАС-3D российской компании АСКОН.

Геометрический расчёт			
Страница 1 Страница 2 Предмет расчёта			
Наименование и обозначение параметра		Ведущее колесо	Ведомое колесо
1. Число зубьев	z_1, z_2	20	40
2. Модуль, мм	m_n	2	
3. Угол наклона зубьев на делительном цилиндре	β	0 ° 0 ' 0 "	
4. Направление линии зуба ведущего колеса	—	прямое	
5. Угол профиля зуба исходного контура	α	20 ° 0 ' 0 "	
6. Коэффициент высоты головки зуба исходного контура	h_a^*	1	
7. Коэффициент радиального зазора исходного контура	c^*	0.25	
8. Коэффициент радиуса кривизны переходной кривой в граничной точке профиля зуба исходного контура	ρ_f^*	0.38	
9. Ширина зубчатого венца, мм	b_1, b_2	34	34
10. Коэффициент смещения исходного контура	$x_{1,2}$	0	0
11. Диаметр измерительного ролика, мм	D_1, D_2	3.464	3.464
12. Инструмент для обработки	—	рейка	рейка
13. Параметры инструмента	—		

Рис. 2. Основное диалоговое окно геометрического расчета

Расчёт и выбор коэффициентов смещения

Числа зубьев $z_1 = 20$, $z_2 = 40$, модуль $m_n = 2$, ширина венцов $b_1 = 34$, $b_2 = 34$, расчётная нагрузка $T_{max} = 500 \text{ Н} \cdot \text{м}$, частота вращения $n_1 = 500 \text{ об/мин}$
 Ограничения $s_{na1} \geq 0.4 \cdot m_n$, $s_{na2} \geq 0.4 \cdot m_n$, $\varepsilon_\alpha \geq 1.2$

По рекомендациям ГОСТ 16532-70 (Приложение 2) для кинематических передач
 Ввод вручную
 По рекомендациям ГОСТ 16532-70 (Приложение 2) для силовых передач
 По рекомендациям ISO

$x_1 = 0$, $x_2 = 0$
 $x_1 = 0$, $x_2 = 0$
 Расчёт
 Значения в зоне блокирующего контура

$x_1 = 0.5$, $x_2 = 0.5$
 $x_1 = 0.3$, $x_2 = -0.3$
 Ввод ограничений по показателям качества зацепления
 Ввод данных из расчёта на прочность

По методике многокритериальной оптимизации зубчатого зацепления (автор - Голованёв В.А.)
 (Вес критериев принят одинаковым)

Критерии оптимизации	Кoeffициенты смещения					Кoeffициенты запаса прочности				Удельное скольжение профилей зубьев в нижних точках активных профилей		Кoeffициент торцового перекрытия		
						контакт		изгиб		θ_{p1}	θ_{p2}			
	*1	*2	*3	*4	*5	x_1	x_2	n_{H1}	n_{H2}				n_{F1}	n_{F2}
1	<input checked="" type="checkbox"/>	0	0	1.03	1.03	0.889	0.966	-4.2585	-1.5177	1.6352				
☑ Тип зацепления: По рекомендациям ГОСТ и ISO (3)														
2	<input type="checkbox"/>	0	0	1.03	1.03	0.889	0.966	-4.2585	-1.5177	1.6352				
3	<input type="checkbox"/>	0.5	0.5	1.085	1.085	1.076	1.064	-1.1173	-1.0847	1.3702				
4	<input type="checkbox"/>	0.3	-0.3	1.02	1.02	0.994	0.911	-1.7386	-2.1501	1.5893				
☑ Тип зацепления: Неравносместенное (30)														
5	<input checked="" type="checkbox"/>	0.7314	0.9994	1.107	1.107	1.187	1.165	-0.7873	-0.7827	1.201				
6	<input checked="" type="checkbox"/>	0.7307	1.0004	1.107	1.107	1.187	1.166	-0.7884	-0.7819	1.201				
7	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	0.73	1.0014	1.107	1.107	1.186	1.166	-0.7895	-0.781	1.201
8	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.9405	0.67	1.099	1.099	1.304	1.098	-0.4918	-1.0615	1.2012
9	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.7348	0.9946	1.107	1.107	1.189	1.165	-0.7822	-0.7865	1.201
10	<input checked="" type="checkbox"/>	0.735	0.994	1.107	1.107	1.189	1.164	-0.7818	-0.787	1.2011				
11	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	0.9405	0.67	1.099	1.099	1.304	1.098	-0.4918	-1.0615	1.2012
12	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.3136	-0.0256	1.046	1.046	1	0.961	-1.6428	-1.6372	1.533
13	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	0.73	1.0014	1.107	1.107	1.186	1.166	-0.7895	-0.781	1.201
14	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.1275	-0.0956	1.03	1.03	0.931	0.948	-2.8134	-1.7129	1.6122
15	<input checked="" type="checkbox"/>	0.7013	1.0412	1.108	1.108	1.171	1.174	-0.8341	-0.749	1.201				
16	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.281	-0.1285	1.036	1.036	0.987	0.942	-1.8022	-1.8005	1.5643
17	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	0.7326	0.9978	1.107	1.107	1.187	1.165	-0.7856	-0.784	1.201
18	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-0.3161	0.32	1.034	1.034	0.797	1.028	-23.4861	-0.9597	1.6524
19	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.3515	1.4514	1.112	1.112	1.014	1.259	-1.5108	-0.4278	1.201
20	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.7329	0.9973	1.107	1.107	1.188	1.165	-0.7851	-0.7843	1.201

*1) Контактная прочность
 *2) Прочность по изгибу
 *3) Равнопрочность по изгибу зубьев ведущего и ведомого колеса
 *4) Износостойкость и наибольшее сопротивление заеданию (выравнивание удельных скольжений в нижних точках активных профилей зубьев)
 *5) Плавность работы (максимальное значение коэффициента перекрытия)

Блокирующий контур

Линия коэффициента торцового перекрытия = 1

OK Отмена

Рис. 3. Основное диалоговое окно «Расчёт и выбор коэффициентов смещения»

В качестве метода оптимизации для решения данной задачи была выбрана программная реализация метода SUMT Фиакко и Маккормика [5].

После визуализации основного диалогового окна подсистемы (рис. 3) автоматически строится ИБК. Далее пользователь может сделать следующее:

- вручную выбрать точку, соответствующую проектируемой передаче с коэффициентами смещения x_1 и x_2 непосредственно на поле ИБК (этот вариант подразумевает возможность контроля параметров передачи — оперативное выполнение геометрических и прочностных расчетов, визуализацию зацепления);
- запустить оптимизационный расчёт.

В результате выполнения оптимизационного расчета будут предложены решения, отражающие все возможные сочетания пяти критериев:

- контактной прочности (запас прочности по контактным напряжениям);
- прочности по изгибу (запас прочности по изгибным напряжениям);
- равнопрочности по изгибу зубьев ведомого и ведущего колеса;
- износостойкости и наибольшего сопротивления заеданию;
- плавности работы передачи.

Если в выбранном варианте расчета зубчатой передачи не стоит задача вписать ее в заданное межосевое расстояние, возможных решений будет 60 – 30 для неравносмещенного зацепления и 30 для равносмещенного с нулевым значением суммарного коэффициента смещения. (рис. 2).

Для варианта расчета зубчатой передачи с фиксированным межосевым расстоянием возможных решений будет 30.

Новые линии в блокирующем контуре зубчатой передачи.

После выполнения расчета в ИБК дополнительно строятся ~~линии~~:

- линия равнопрочности по изгибу зубьев ведущего и ведомого колеса (ЛРПИ);
- линия минимальных контактных напряжений (ЛМКП) (линия значений x_2 , при которых при заданном x_1 значение контактных напряжений будет минимально).

Эти линии строятся с учетом:

- реально заданной нагрузки из расчета на прочность при максимальной нагрузке (ГОСТ 21354-87);
- механических свойств материалов ведущего и ведомого колеса;
- схемы работы передачи (рис. 4).

Расчёт на прочность при действии максимальной нагрузки			
Страница 1 Предмет расчёта			
Наименование и обозначение параметра		Ведущее колесо	Ведомое колесо
1. Вариант схем расположения передачи	—	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
2. Материал зубчатых колес	Ведущее колесо	—	Сталь 12ХНЗА ГОСТ 4543-71 <input type="checkbox"/>
	Ведомое колесо	—	Сталь 40Х2Н2МА ГОСТ 4543-71 <input type="checkbox"/>
3. Допускаемые напряжения по контакту, МПа	σ_{HPmax}	<input type="text" value="2464"/>	<input type="text" value="2508"/>
4. Допускаемые напряжения по изгибу, МПа	σ_{FPmax}	<input type="text" value="1600"/>	<input type="text" value="1429"/>
5. Твердость активных поверхностей зубьев колес, HRC или HB	—	<input type="text" value="56"/>	<input type="text" value="57"/>
6. Расчётная нагрузка (крутящий момент на ведущем колесе), Н*м	T_{max}	<input type="text" value="500"/>	
7. Частота вращения ведущего колеса, об/мин	n_1	<input type="text" value="500"/>	

Рис. 4. Диалог ввода данных для расчёта на прочность при действии максимальной нагрузки

Для удобства восприятия линия выравнивания удельных скольжений, линия равнопрочности по изгибу и линия минимальных контактных напряжений выделены в отдельную цветовую группу, которую назовем **Группа линий механических показателей зацепления**.

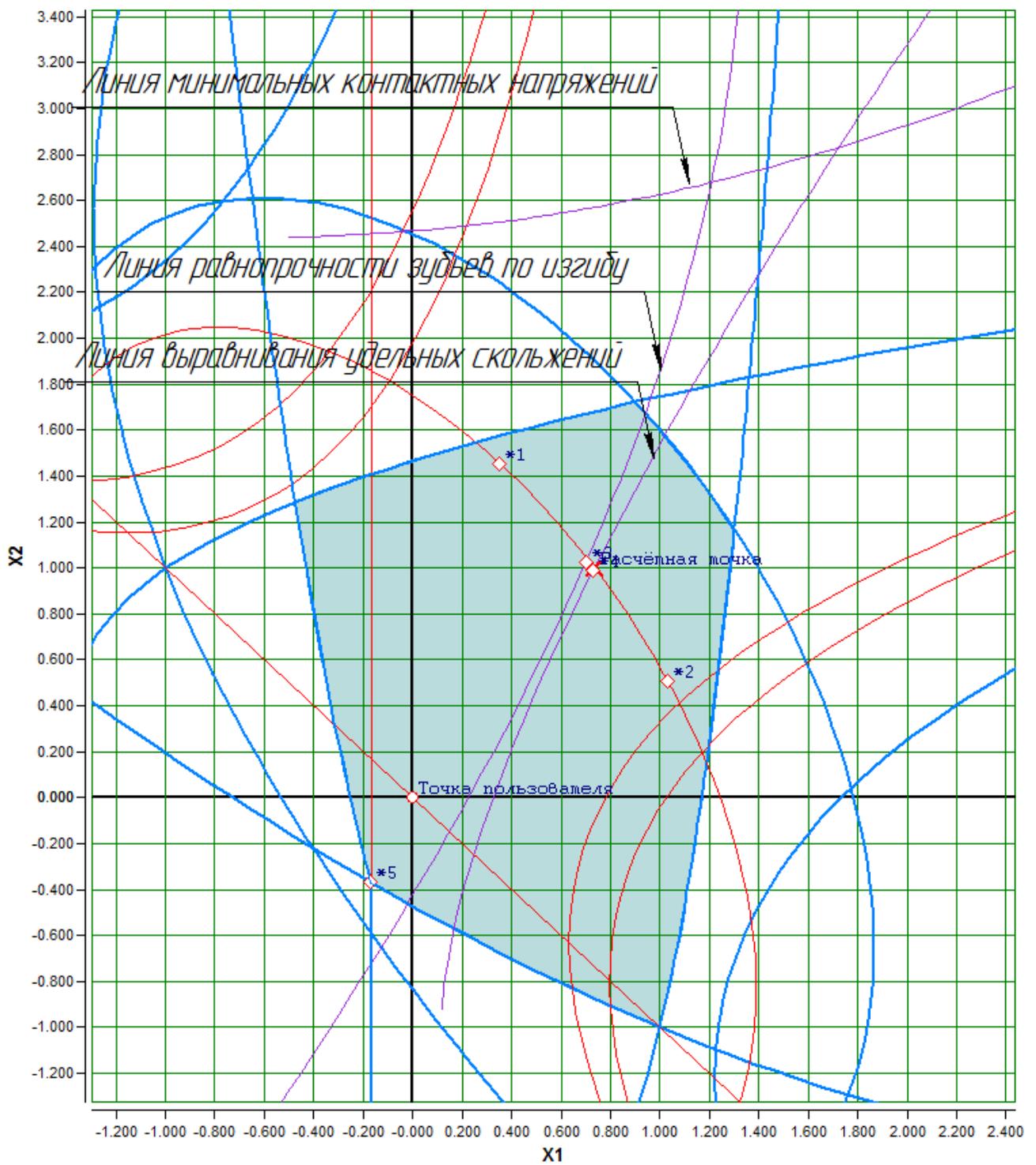


Рис.5. Линии механических показателей зацепления для прямозубой передачи

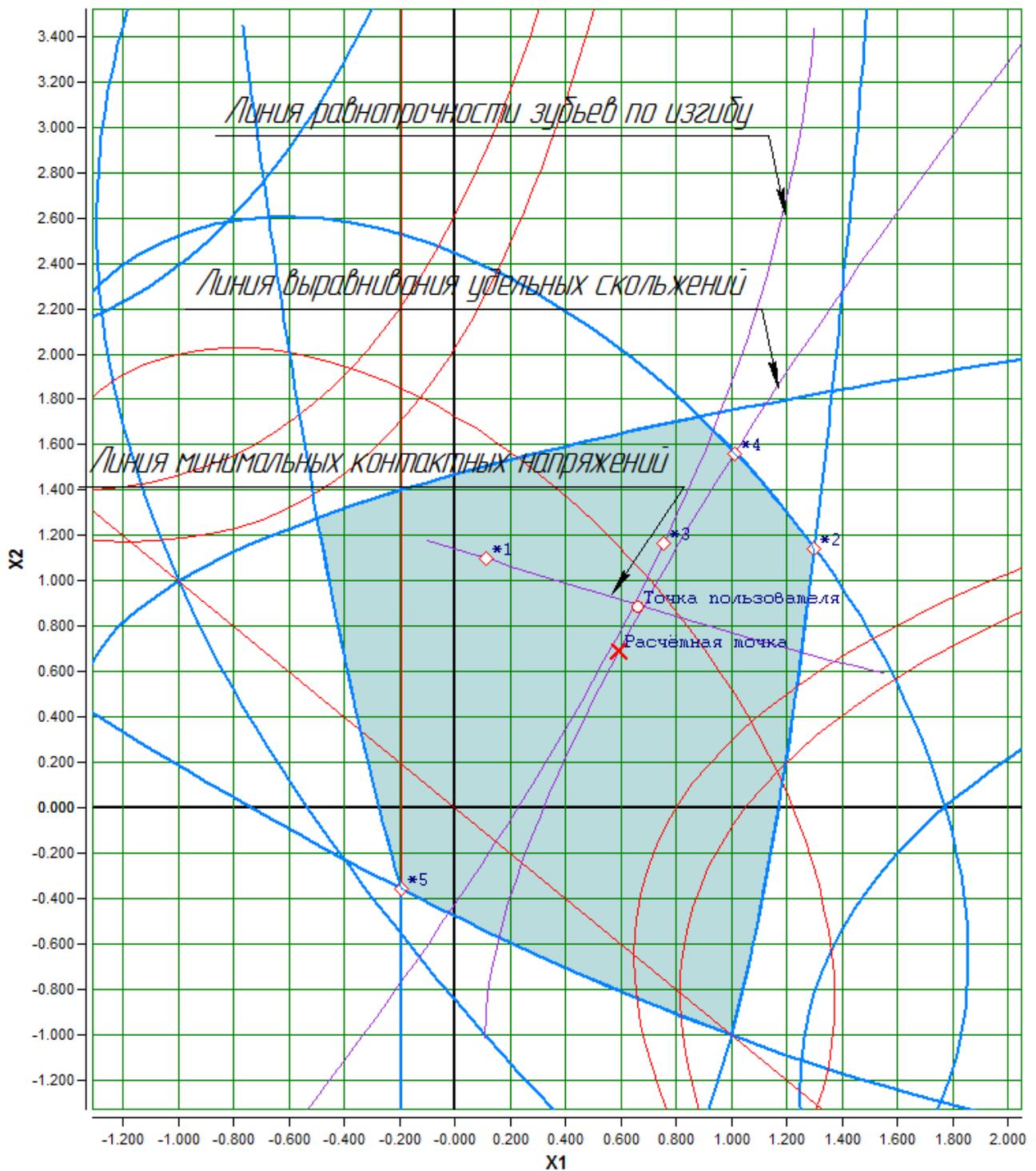


Рис.6. Линии механических показателей зацепления для косозубой передачи

При этом установлено следующее :

1. Линия равнопрочности по изгибу (ЛРПИ) проходит, как правило, рядом с линией выравнивания удельных скольжений.
2. Линия минимальных контактных напряжений (ЛМКП) пересекает линию равнопрочности по изгибу и линию выравнивания удельных скольжений (ЛВУС). При этом чаще всего для прямозубых передач ЛМКП расположена выше зоны блокирующего контура, а для косозубых передач ЛМКП проходит через зону блокирующего контура (рис 5, 6).

Можно было бы предположить, что для косозубых передач вопрос визуальной локализации

передач с оптимальными характеристиками прочности и износостойкости следует считать решенным — оптимальной можно было бы считать точку, находящуюся на ЛМКП между точкой её пересечения с ЛВУС и точкой пересечения с ЛРПИ. Эта точка (точка пользователя на рис.6) будет безусловно очень близка к оптимальности, но положение реальной точки экстремума, определенного по совокупности трех критериев, соответствующих этим линиям, может быть несколько отличным.

Примечание: точка *1 — оптимальная точка по критерию контактной прочности, *2 — по изгибной прочности, *3 — по равнопрочности на изгиб, *4 — по износостойкости и заеданию, *5 — по плавности работы.

Изополя коэффициентов запаса контактных и изгибных напряжений в блокирующем контуре.

Продолжением работ по построению линии минимальных контактных напряжений стали работы по построению совокупности изолиний (изополей) коэффициентов запаса прочности.

Так для передачи с параметрами, представленными на рис. 7, 8 форма изополей будет такой, как показано на рисунках 9 и 10.

Геометрический расчёт		Ведущее колесо	Ведомое колесо
Страница 1 Страница 2 Предмет расчёта			
Наименование и обозначение параметра		Ведущее колесо	Ведомое колесо
1. Число зубьев	z_1, z_2	20	40
2. Модуль, мм	m_n	2	
3. Угол наклона зубьев на делительном цилиндре	β	0 ° 0 ' 0 "	
4. Направление линии зуба ведущего колеса	—	прямое	
5. Угол профиля зуба исходного контура	α	20 ° 0 ' 0 "	
6. Коэффициент высоты головки зуба исходного контура	k_a^*	1	
7. Коэффициент радиального зазора исходного контура	c^*	0.25	
8. Коэффициент радиуса кривизны переходной кривой в граничной точке профиля зуба исходного контура	ρ_f^*	0.38	
9. Ширина зубчатого венца, мм	b_1, b_2	34	34
10. Коэффициент смещения исходного контура	$x_{1,2}$	0	0
11. Диаметр измерительного ролика, мм	D_1, D_2	3.464	3.464
12. Инструмент для обработки	—	рейка	рейка
13. Параметры инструмента	—		

Рис. 7. Геометрические параметры передачи для расчета изополей

Ввод данных из расчёта на прочность		Ведущее колесо	Ведомое колесо
✓	Наименование и обозначение параметра		
✗	1. Вариант схем расположения передачи	—	
	2. Материал зубчатых колес	Ведущее колесо	Ведомое колесо
		—	—
	3. Допускаемые напряжения по контакту, МПа	σ_{HPmax}	σ_{FPmax}
		2464	2464
	4. Допускаемые напряжения по изгибу, МПа	σ_{FPmax}	σ_{FPmax}
		1600	1600
	5. Твердость активных поверхностей зубьев колес, HRC или HB	—	—
		56	56
	6. Расчётная нагрузка (крутящий момент на ведущем колесе), Н*м	T_{max}	
			500
	7. Частота вращения ведущего колеса, об/мин	n_1	
			500

Рис. 8. Механические и нагрузочные параметры передачи для расчета изополей

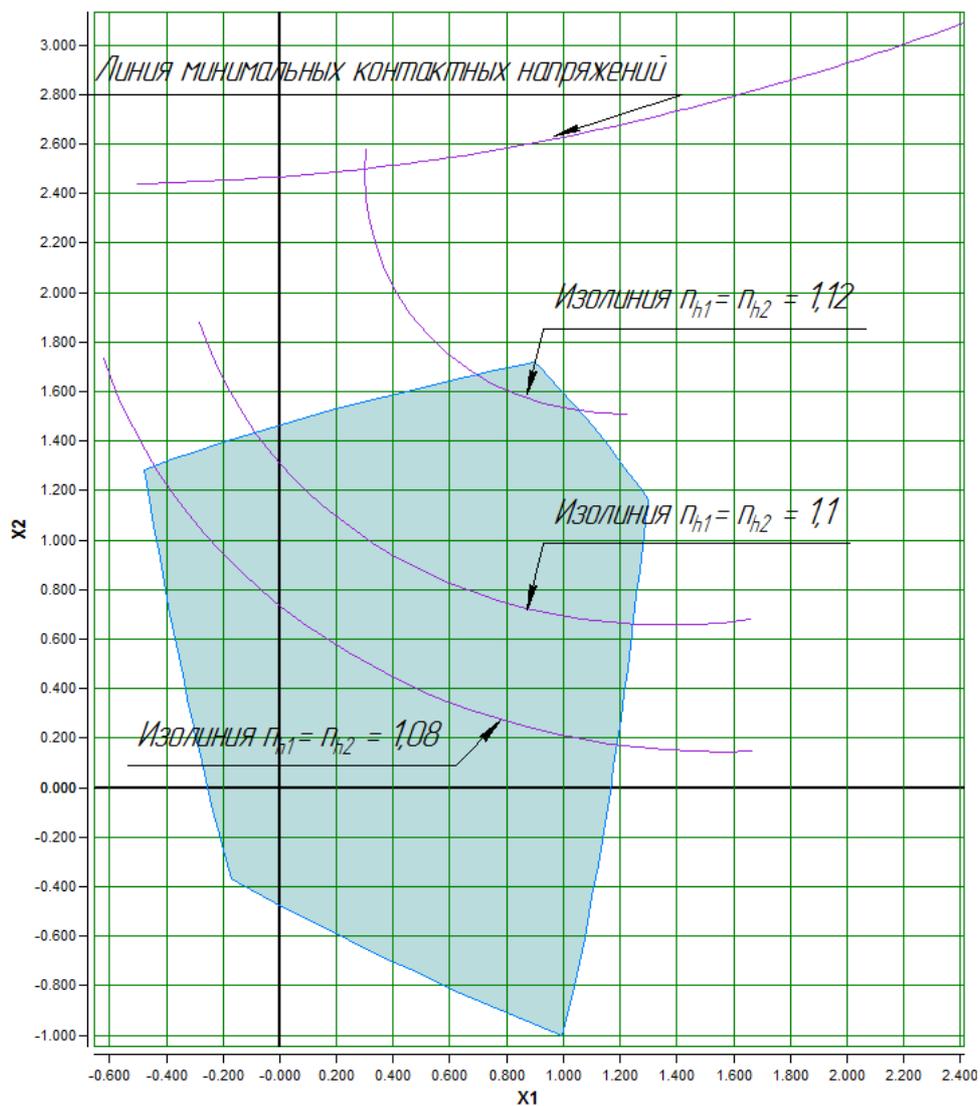


Рис. 9. Изополя коэффициентов запаса контактных напряжений для прямозубых передач.

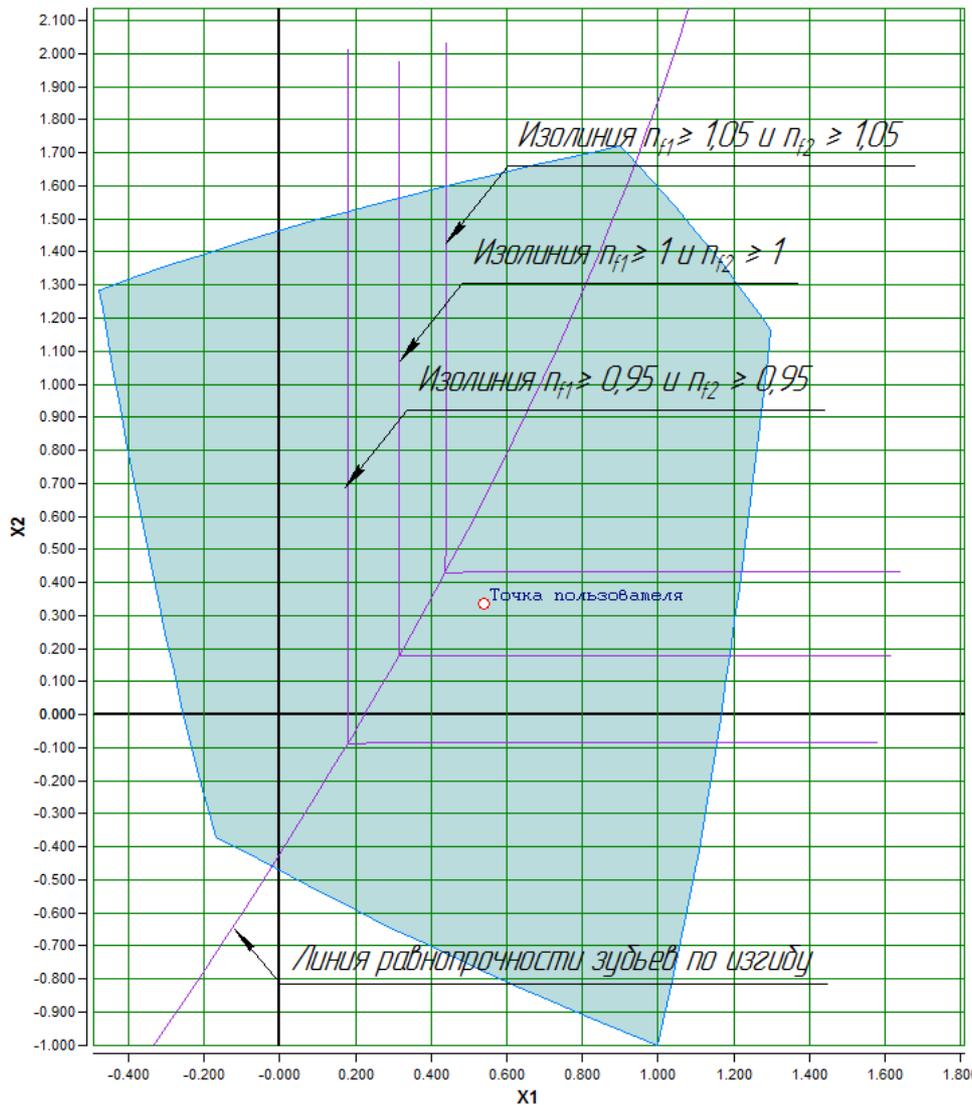


Рис. 10. Изополя коэффициентов запаса изгибных напряжений для прямозубых и косозубых ($\beta < 10^\circ$) передач.

При этом «прямоугольная» форма изополей коэффициентов запаса изгибных напряжений сохраняется для прямозубых передач и передач с малыми углами наклона β (до 10°).

Для косозубой передачи с углом наклона $\beta = 15^\circ$ форма изополей коэффициентов запаса изгибных напряжений существенно меняется.

Линии изополей коэффициентов запаса контактных напряжений четко группируются вокруг рассмотренной выше линии минимальных контактных напряжений (рис. 11,12).

Дальнейшее использование данных изополей просто и понятно. Передача с искомыми значениями коэффициентов запаса будет находиться в зонах, находящихся между линиями изополей.

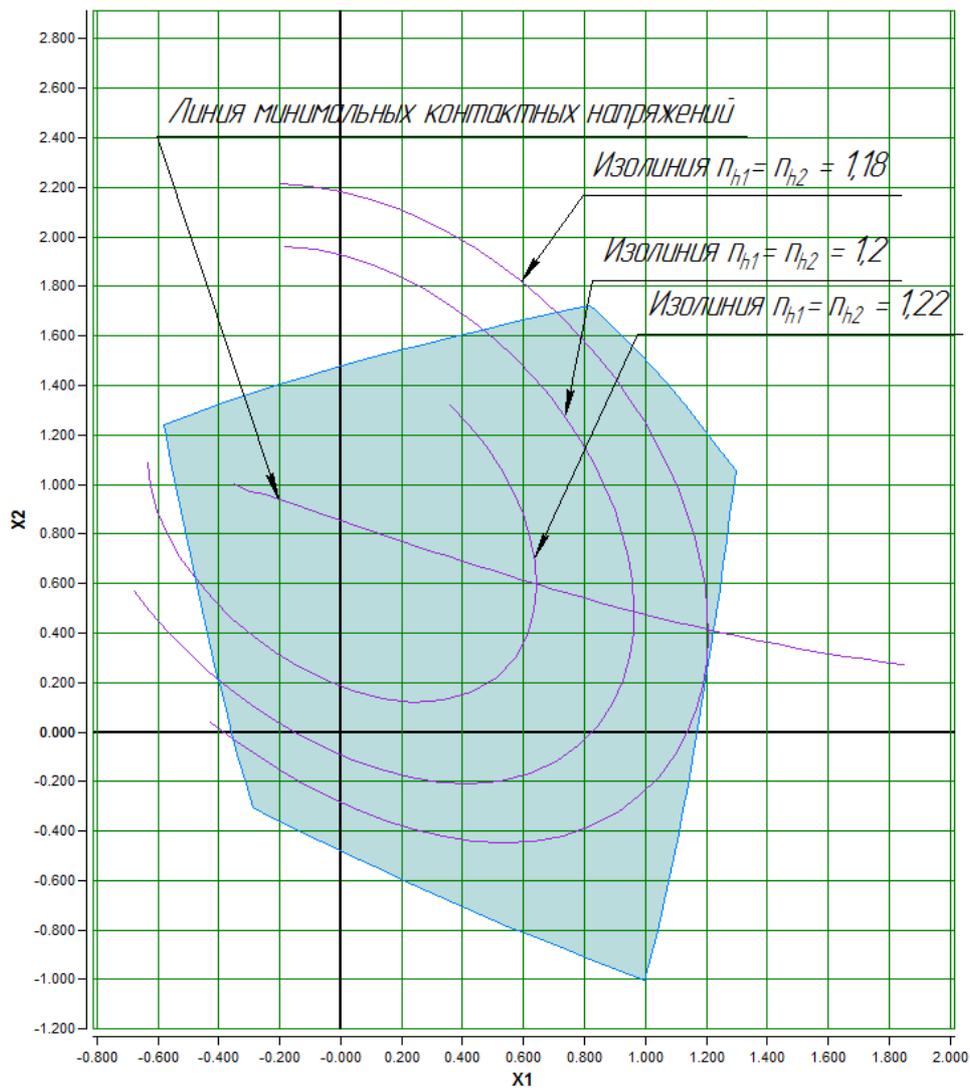


Рис. 11. Изополя коэффициентов запаса контактных напряжений для косозубых передач ($\beta > 0^\circ$).

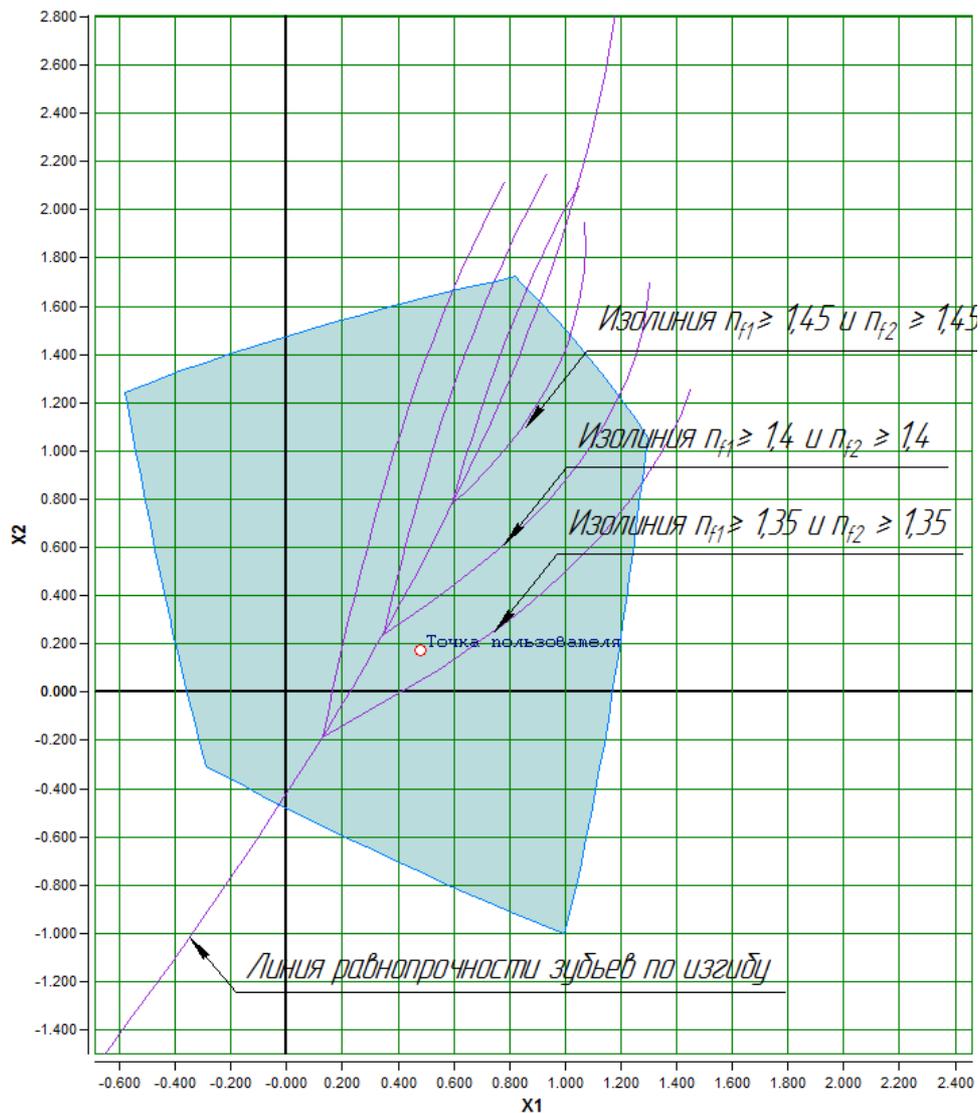


Рис. 12. Изополя коэффициентов запаса изгибных напряжений для косозубых передач ($\beta > 10^\circ$).

Работа с интерактивным блокирующим контуром.

Интерактивный блокирующий контур представлен в отдельном окне. Для удобства восприятия можно менять размеры окна, приближать и удалять изображение, перемещать визуальный фокус и т.д. Все характерные линии ИБК подписаны.

После выполнения оптимизационного расчета в поле ИБК будут поставлены 5 точек, соответствующих выполненным расчетам индивидуально по каждому из критериев, а также 6-я точка, являющаяся результирующей по совокупности всех 5 критериев (рис. 5, 6, 7).

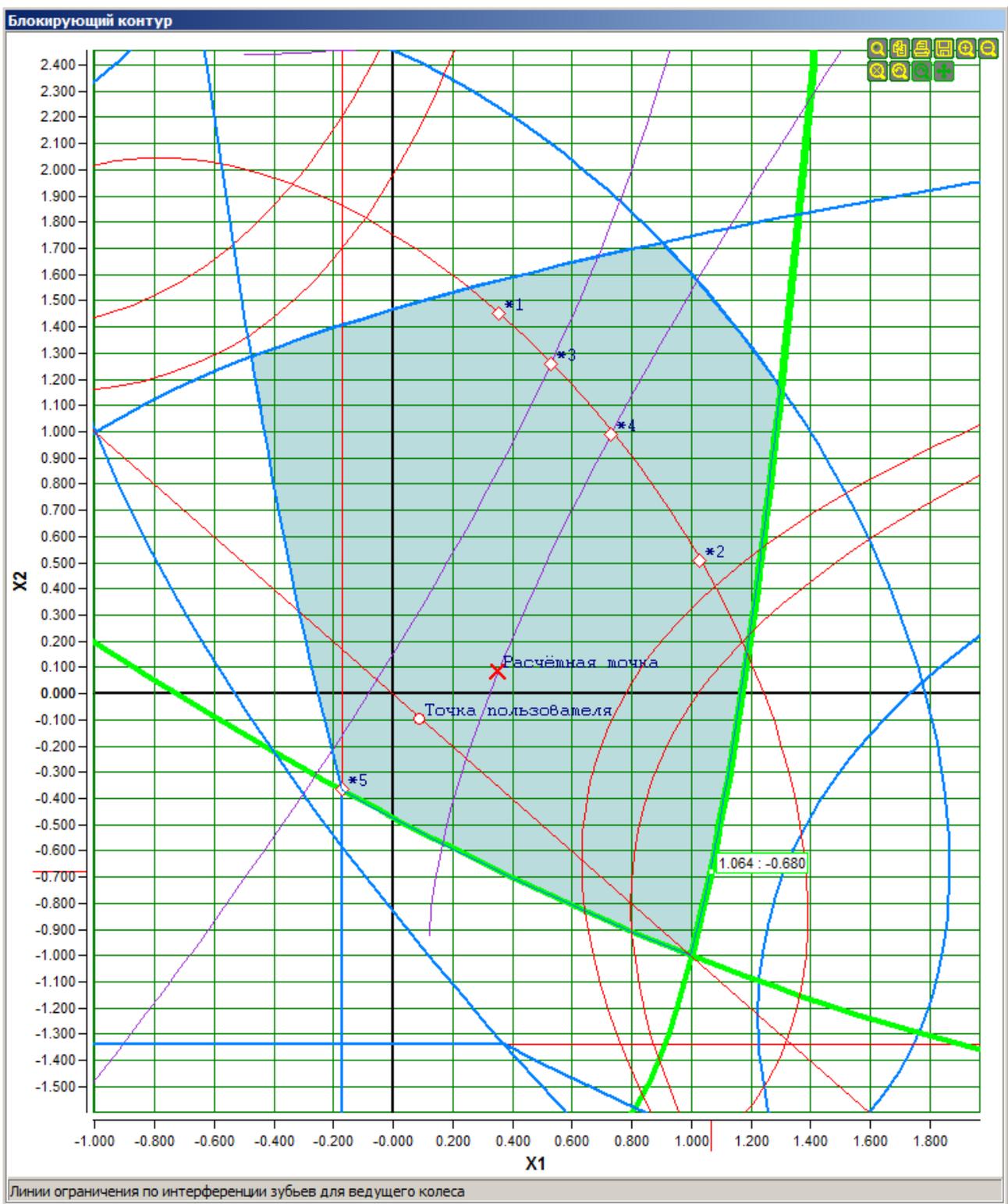


Рис. 7. Увеличенное окно с интерактивным блокирующим контуром

В дальнейшем пользователь сможет поставить в поле ИБК расчетную точку, найденную по любому из вариантов расчета, либо выбрать в поле ИБК любую точку (в том числе и находящуюся за пределами ограничительных линий) для выполнения ручного расчета.

По любому из вариантов расчета могут быть просмотрены результаты геометрического расчета и расчета на прочность (рис. 6 и 7).

Таблица 1. Геометрический расчёт цилиндрической зубчатой передачи внешнего зацепления

Наименование и обозначение параметра		Ведущее ^{*1} колесо	Ведомое ^{*2} колесо
<i>Исходные данные</i>			
Число зубьев	Z_1, Z_2	20	40
Модуль, мм	m_n	2	
Угол наклона зубьев на делительном цилиндре	β	0°00'00"	
Исходный контур	—	ГОСТ 13755-81	
Угол профиля исходного контура	α	20°00'00"	
Коэффициент высоты головки зуба исходного контура	h_a^*	1	
Коэффициент радиального зазора исходного контура	c^*	0,25	
Коэффициент радиуса кривизны переходной кривой в граничной точке профиля зуба исходного контура	ρ_f^*	0,38	
Ширина зубчатого венца, мм	b	34	34
Коэффициент смещения исходного контура	x	+0,689	+0,945
Степень точности	—	7-C	7-C
<i>Определяемые параметры</i>			
Передачное число	u	2	
Межосевое расстояние, мм	a_w	62,83 ^{+0,02} _{-0,1}	
Делительный диаметр, мм	d	40	80
Диаметр вершин зубьев, мм	d_a	45,882	86,904
Диаметр впадин зубьев, мм	d_f	37,756	78,778
Начальный диаметр, мм	d_w	41,887	83,773
Основной диаметр, мм	d_b	37,588	75,175
Угол зацепления	α_{tw}	26°11'09"	
<i>Контролируемые и измерительные параметры</i>			
Постоянная хорда, мм	\bar{s}_c	3,66	3,988
Высота до постоянной хорды, мм	\bar{h}_c	2,275	2,726
Радиус кривизны разноимённых профилей зуба в точках, определяющих постоянную хорду, мм	ρ_s	8,788	15,803
Радиус кривизны активного профиля зуба в нижней точке, мм	ρ_p	5,926	14,57
Условие $\rho_s > \rho_p$ (возможность измерения постоянной хорды)	—	выполнено	выполнено
Число зубьев в длине общей нормали	$Z_{\Pi T}$	4	6
Длина общей нормали, мм	Π	22,168 ^{+0,055} _{-0,125}	34,886 ^{+0,055} _{-0,125}

Рис. 6. Результаты геометрического расчета

Продолжение табл. 1.

Наименование и обозначение параметра		Ведущее ^{*1} колесо	Ведомое ^{*2} колесо
Радиус кривизны разноимённых профилей зубьев в точках, определяющих длину общей нормали, мм	ρ_w	11,084	17,443
Радиус кривизны профиля в точке на окружности вершин, мм	ρ_a	13,156	21,8
Условие $\rho_p < \rho_w < \rho_a$ (возможность измерения длины общей нормали)	—	выполнено	выполнено
Диаметр измерительного ролика, мм	D	3,464	3,464
Угол профиля на окружности, проходящей через центр ролика	α_D	29°58'28"	27°08'07"
Диаметр окружности, проходящей через центр ролика, мм	d_D	43,391	84,473
Радиус кривизны разноимённых профилей зубьев в точках контакта поверхности ролика с главными поверхностями зубьев, мм	ρ_m	9,108	17,532
Условие $\rho_p < \rho_m < \rho_a$ (возможность измерения размера по роликам)	—	выполнено	выполнено
Размер по роликам, мм	M	46,855 ^{+0,11} _{-0,25}	87,937 ^{+0,121} _{-0,274}
Условие $d_D + D > d_a$ (возможность измерения размера по роликам)	—	выполнено	выполнено
Условие $d_D - D > d_f$ (возможность измерения размера по роликам)	—	выполнено	выполнено
Нормальная толщина зуба по делительной окружности, мм	s_n	4,145	4,517
<i>Проверка качества зацепления по геометрическим показателям</i>			
Коэффициент наименьшего смещения	x_{min}	-0,17	-1,34
Условие отсутствия подрезания зуба исходной производящей рейкой $x \geq x_{min}$	—	выполнено	выполнено
Радиус кривизны в граничной точке профиля зуба, мм	ρ_l	5,022	13,357
Условие отсутствия подрезания $\rho_l \geq 0$	—	выполнено	выполнено
Условие отсутствия интерференции $\rho_l \leq \rho_p$	—	выполнено	выполнено
Нормальная толщина зуба на поверхности вершин, мм	s_{na}	1,342	1,474
Минимально рекомендованное значение нормальной толщины зуба на поверхности вершин при поверхностном упрочнении зубьев, мм	$0,4 \cdot m_n$	0,8	
Условие отсутствия заострения $s_{na} \geq 0,4 \cdot m_n$	—	выполнено	выполнено
Удельное скольжение профилей зубьев в нижних точках активных профилей зубьев	θ_p	-0,83921	-0,80581
Коэффициент торцового перекрытия	ϵ_a	1,224	
Рекомендованное значение коэффициента торцового перекрытия	—	1,2	
Коэффициент перекрытия	ϵ_γ	1,224	

Таблица 1. Расчёт на прочность при действии максимальной нагрузки цилиндрической зубчатой передачи внешнего зацепления (по ГОСТ 21354-87)

Наименование и обозначение параметра		Ведущее * ¹ колесо	Ведомое * ² колесо
<i>Исходные данные</i>			
Число зубьев	z_1, z_2	20	40
Модуль, мм	m_n	2	
Угол наклона зубьев на делительном цилиндре	β	0°00'00"	
Угол профиля исходного контура	α	20°00'00"	
Ширина зубчатого венца, мм	b	34	34
Коэффициент смещения исходного контура	x	+0,689	+0,945
Степень точности	—	7-С	7-С
Вариант схемы расположения передачи	—	5	
Марка материала	* ¹	Сталь 12ХН3А ГОСТ 4543-71	
	* ²	Сталь 40Х2Н2МА ГОСТ 4543-71	
Твердость активных поверхностей зубьев, HRC	—	56	57
Расчётная нагрузка (крутящий момент на ведущем колесе), Н*м	T_{max}	500	
Частота вращения ведущего колеса, об/мин	n_1	500	
<i>Определяемые параметры</i>			
Окружная скорость в зацеплении, м/с	v	1,047	
<i>Расчёт на контактную прочность</i>			
Коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий	$K_{H\beta}$	1,166	
Удельная окружная динамическая сила, Н/мм	w_{Hv}	3,862	
Коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку, возникающую в зацеплении до зоны резонанса	K_{Hv}	1,005	
Окружная сила на делительном цилиндре, Н	F_{tH}	25000	
Удельная расчетная окружная сила, Н/мм	w_{Ht}	861,954	
Расчётное контактное напряжение, МПа	σ_{Hmax}	2229,888	
Допускаемое контактное напряжение, МПа	σ_{HPmax}	2464	2508
Коэффициент запаса по контактным напряжениям	n_H	1,105	1,125
<i>Расчёт на прочность при изгибе</i>			
Коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий	$K_{F\beta}$	1,216	
Удельная окружная динамическая сила, Н/мм	w_{Fv}	4,414	
Коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку, возникающую в зацеплении до зоны резонанса	K_{Fv}	1,006	
Окружная сила на делительном цилиндре, Н	F_{tF}	25000	
Удельная расчетная окружная сила, Н/мм	w_{Ft}	899,411	
Расчётное напряжение изгиба, МПа	σ_{Fmax}	1416,74	1430,389
Допускаемое напряжение изгиба, МПа	σ_{FPmax}	1600	1429
Коэффициент запаса по напряжениям изгиба	n_F	1,165	1,031

Рис. 7. Результаты расчета на прочность при действии максимальной нагрузки

Выполнена визуализация зацепления. (рис. 8).

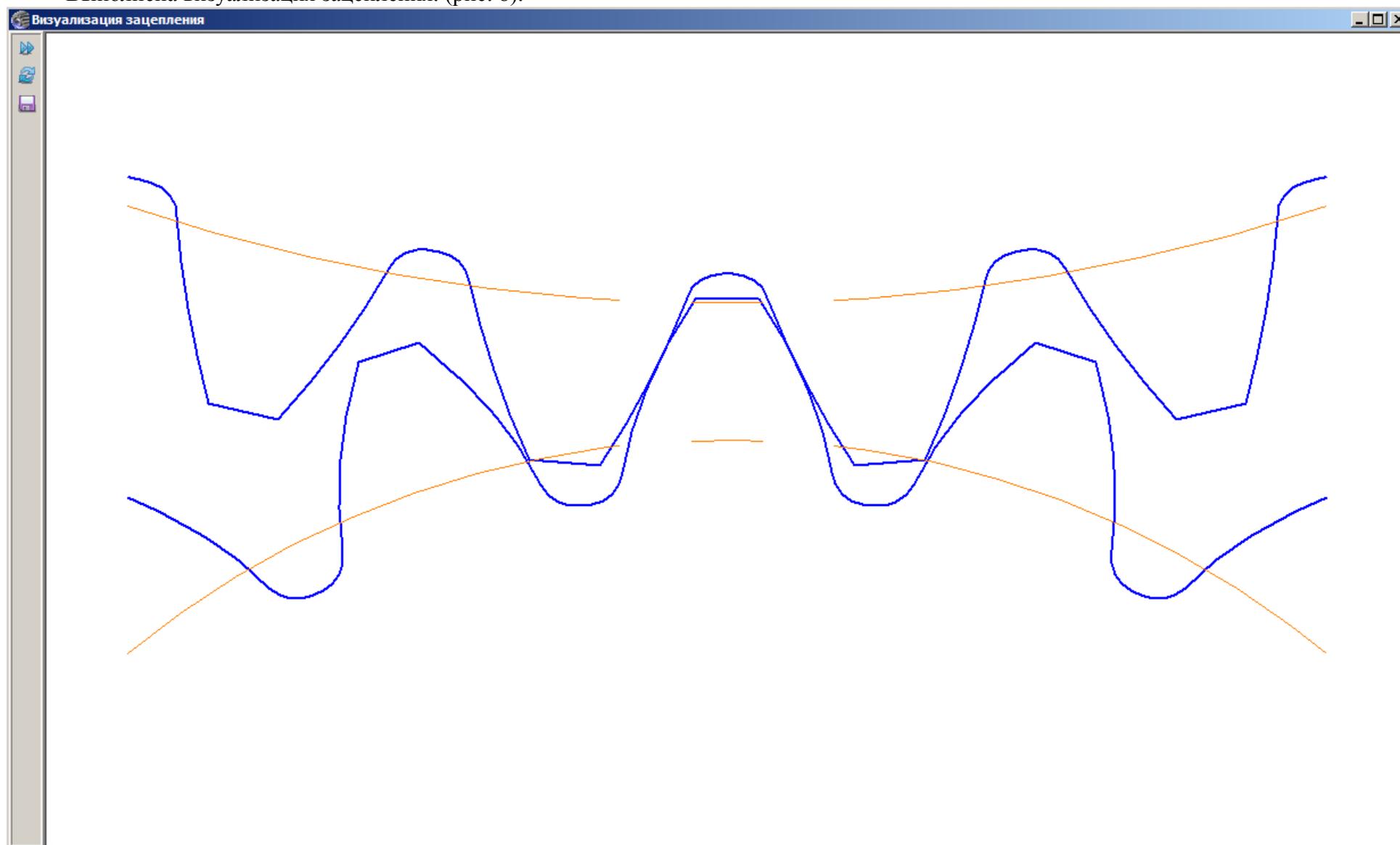


Рис. 8. Визуализация зацепления

Дополнения

1) Помимо режима работы основного диалогового окна «Расчёт и выбор коэффициентов смещения» со встроенным окном ИБК возможен режим работы, когда окно ИБК вынесено за пределы основного окна. В этом случае в таблице результатов отображаются дополнительные колонки с параметрами.

Расчёт и выбор коэффициентов смещения

Числа зубьев $z_1 = 20$, $z_2 = 40$, модуль $m_n = 2$, ширина венцов $b_1 = 34$, $b_2 = 34$, расчётная нагрузка $T_{max} = 500 \text{ Н} \cdot \text{м}$, частота вращения $n_1 = 500 \text{ об/мин}$
 Ограничения $s_{na1} \geq 0.4 \cdot m_n$, $s_{na2} \geq 0.4 \cdot m_n$, $\varepsilon_\alpha \geq 1.2$

По рекомендациям ГОСТ 16532-70 (Приложение 2) для кинематических передач
 Ввод вручную
 По рекомендациям ГОСТ 16532-70 (Приложение 2) для силовых передач
 По рекомендациям ISO

 Значения в зоне блокирующих контур

По методике многокритериальной оптимизации зубчатого зацепления (автор - Голованёв В.А.)
 (Вес критериев принят одинаковым)

Критерии оптимизации	Коэффициенты смещения		Коэффициенты запаса прочности				Удельное скольжение профилей зубьев в нижних точках активных профилей		Коэффициент торцового перекрытия	Нормальная толщина зуба на поверхности вершин		Угол зацепления	Межосевое расстояние	Диаметр вершин						
	*1	*2	*3	*4	*5	η_{H1}	η_{H2}	η_{F1}		η_{F2}	θ_{p1}			θ_{p2}	s_{na1}	s_{na2}	d_{a1}	d_{a2}		
	x_1	x_2																		
□ Тип зацепления: Нервносмещенное (30)																				
5	✓	✓	✓	✓	✓	0.6891	0.9446	1.105	1.125	1.165	1.031	-0.8392	-0.8058	1.2244	1.342	1.474	26°11'09"	62.83	45.881	86.904
6	✓	✓	✓	✓	□	0.7206	1.0146	1.107	1.127	1.181	1.044	-0.8041	-0.7704	1.201	1.373	1.479	26°28'26"	62.986	45.914	87.091
7	✓	✓	✓	□	□	0.57	1.21	1.11	1.13	1.108	1.08	-1.0557	-0.6155	1.2011	1.544	1.362	26°35'57"	63.055	45.27	87.83
8	✓	✓	□	□	□	0.9405	0.67	1.099	1.118	1.304	0.981	-0.4918	-1.0615	1.2012	1.051	1.632	26°07'08"	62.794	46.908	85.826
9	✓	✓	□	□	□	0.7348	0.9946	1.107	1.127	1.189	1.04	-0.7822	-0.7865	1.201	1.355	1.489	26°27'28"	62.978	45.977	87.016
10	✓	✓	□	□	□	0.735	0.994	1.107	1.127	1.189	1.04	-0.7818	-0.787	1.2011	1.354	1.489	26°27'24"	62.977	45.978	87.014
11	✓	✓	□	□	□	0.9405	0.67	1.099	1.118	1.304	0.981	-0.4918	-1.0615	1.2012	1.051	1.632	26°07'08"	62.794	46.908	85.826
12	✓	□	□	□	□	0.3487	0.0852	1.056	1.075	1.013	0.877	-1.5048	-1.4877	1.4997	1.152	1.527	22°02'25"	60.827	45.313	84.259
13	✓	□	□	□	□	0.6495	0.8571	1.102	1.121	1.146	1.015	-0.8872	-0.8526	1.2537	1.307	1.469	25°48'53"	62.632	45.835	86.665
14	✓	□	□	□	□	-0.0759	0.0785	1.032	1.05	0.865	0.876	-5.5925	-1.3718	1.6418	1.441	1.489	20°00'50"	60.005	43.696	84.314
15	✓	□	□	□	□	0.5283	1.2602	1.111	1.131	1.089	1.089	-1.1332	-0.5765	1.201	1.586	1.328	26°37'20"	63.068	45.095	88.023
16	✓	□	□	□	□	0.281	-0.1285	1.036	1.054	0.987	0.841	-1.8022	-1.8005	1.5643	1.169	1.573	20°46'03"	60.299	45.113	83.475
17	✓	□	□	□	□	0.7326	0.9978	1.107	1.127	1.187	1.041	-0.7856	-0.784	1.201	1.357	1.488	26°27'37"	62.979	45.967	87.028
18	✓	□	□	□	□	-0.3161	0.32	1.034	1.053	0.797	0.918	-23.4861	-0.9597	1.6524	1.575	1.374	20°01'13"	60.008	42.736	85.28
19	✓	□	□	□	□	0.3515	1.4514	1.112	1.132	1.014	1.124	-1.5108	-0.4278	1.201	1.737	1.182	26°39'44"	63.09	44.374	88.774
20	□	✓	✓	✓	✓	0.6703	0.8992	1.103	1.123	1.156	1.022	-0.861	-0.8302	1.2392	1.323	1.472	25°59'58"	62.73	45.863	86.779
21	□	✓	✓	✓	✓	0.721	1.014	1.107	1.127	1.182	1.044	-0.8034	-0.7709	1.201	1.372	1.479	26°28'24"	62.986	45.916	87.088
22	□	✓	✓	✓	✓	0.57	1.21	1.11	1.13	1.108	1.08	-1.0557	-0.6155	1.2011	1.544	1.362	26°35'57"	63.055	45.27	87.83
23	□	✓	✓	✓	✓	0.57	1.21	1.11	1.13	1.108	1.08	-1.0557	-0.6155	1.2011	1.544	1.362	26°35'57"	63.055	45.27	87.83
24	□	✓	✓	✓	✓	0.7359	0.9931	1.107	1.127	1.189	1.04	-0.7805	-0.7877	1.201	1.353	1.49	26°27'24"	62.977	45.981	87.01
25	□	✓	✓	✓	✓	0.735	0.994	1.107	1.127	1.189	1.04	-0.7818	-0.787	1.2011	1.354	1.489	26°27'24"	62.977	45.978	87.014

*1) Контактная прочность
 *2) Прочность по изгибу
 *3) Равнопрочность по изгибу зубьев ведущего и ведомого колеса
 *4) Износостойкость и наибольшее сопротивление заеданию (выравнивание удельных скольжений в нижних точках активных профилей зубьев)
 *5) Плавность работы (максимальное значение коэффициента перекрытия)

Рис. 9. Расширенный режим работы основного диалогового окна «Расчёт и выбор коэффициентов смещения»

2) В случае использования в качестве зуборезного инструмента долбяка меняется и форма отображаемого ИБК. При этом учитывается степень износа долбяка. Соответственно будут меняться и результаты многокритериального оптимизационного расчета.

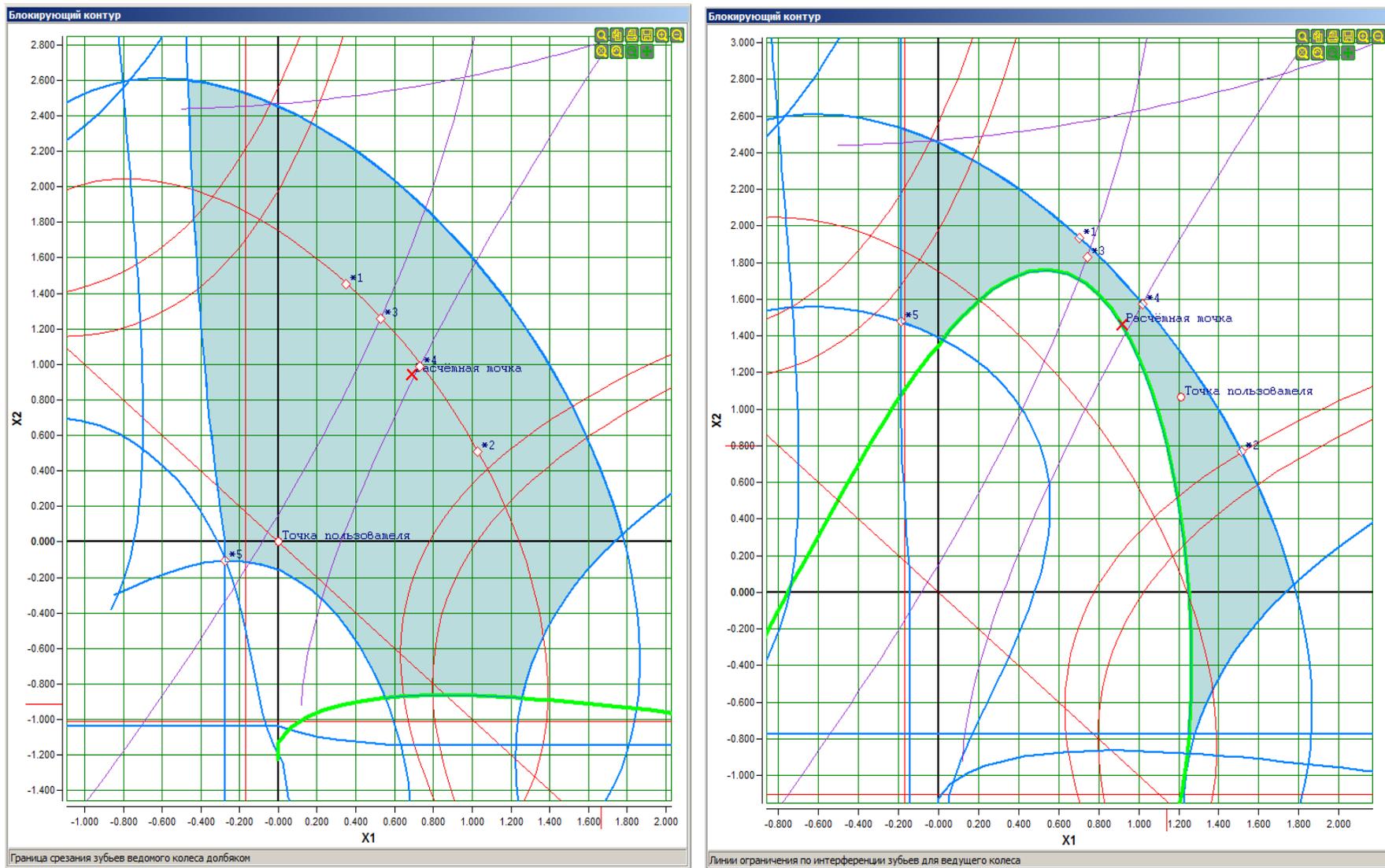


Рис. 10. Форма ИБК при обработке зуборезным долбяком (новый и изношенный долбяк)

3) При необходимости принятые ограничения по показателям качества зацепления могут быть изменены (рис. 11). Например, установлен нижний предел коэффициента минимально допустимого значения нормальной толщины зуба, равный «0» или другому значению; установлено минимально допустимое значение коэффициента торцового перекрытия, равное «1» или другому значению.

Ввод ограничений по показателям качества зацепления			
	Наименование и обозначение параметра	Ведущее колесо	Ведомое колесо
✓			
✗	1. Коэффициент минимально допустимого значения нормальной толщины зуба на поверхности вершин	$\frac{s_{na\ min}}{m_n}$	
		<input type="text" value="0.4"/>	<input type="text" value="0.4"/>
	2. Минимально допустимое значение коэффициента торцового перекрытия	ϵ_α	
		<input type="text" value="1.2"/>	
* Ввод значений ограничений позволяет - при их уменьшении расширить, а при увеличении - сузить область поиска решений.			

Основные результаты работы.

1. Построена математическая модель зубчатой передачи с системой ограничений, пригодная для использования в методах оптимизации.
2. Выполнена программная реализация построения интерактивного блокирующего контура.
3. Реализована методика многокритериальной оптимизации зубчатого зацепления, позволяющая конструктору с любой квалификацией быстро решить задачу подбора оптимальных значений коэффициентов смещения, исходя из критериев функционирования проектируемой передачи, при этом одновременно решая задачи повышения прочности и долговечности зубчатых передач без изменения технологии производства.
4. Введены новые линии блокирующего контура — линия равнопрочности по изгибу зубьев ведущего и ведомого колеса и линия минимальных контактных напряжений.
5. Введено понятие изополей коэффициентов запаса контактных и изгибных напряжений в блокирующем контуре, рассмотрена их форма для прямозубых и косозубых передач.
6. Принимая во внимание широкое распространение системы КОМПАС-3D, а также популярность модуля «Валы и механические передачи 3D», можно предположить, что предложенная методика расчета коэффициентов смещения зубчатых передач с использованием блокирующего контура будет востребована нашими пользователями — и специалистами предприятий, и учеными, и студентами.

Список ссылочной литературы

1. Гроссман М.Б., Подбор коррекции зубчатых передач. «Вестник машиностроения», №2, 1955.
2. Болотовский И.А., Безруков В.И., Васильева О.Ф. И др., Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач. / Под ред. И.А. Болотовского. - 2-е изд. - Машиностроение, 1986. - 448 с.
3. Болотовский И. А., К вопросу о рациональном выборе коэффициентов смещения зубчатых передач. — Тр. Уфимского авиационного института. Уфа, 1957, вып. 3, с. 75 —102.
4. Дикер Я.И., Таблица расчёта зацеплений зубчатых передач, Оргаметалл, 1937.
5. Банди Б., Методы оптимизации. Вводный курс: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1988. – 128 с: ил.
6. ГОСТ 16532-70. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчёт геометрии. М.: Изд-во стандартов, 1983. - 41 с.
7. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчёт на прочность. М.: Изд-во стандартов, 1988. - 127 с.
8. Болотовская Т.П., Болотовский И.А., Смирнов В.Э. Альбом блокирующих контуров. Расчет коррекции зубчатых колес с помощью блокирующих контуров. Справочное руководство для конструкторов машиностроительных предприятий.- Уфа, 1958. - 189 с.
9. Болотовская Т.П., Болотовский И.А., Бочаров Г.С. И др. Справочник по корригированию зубчатых колес.- М.: Свердловск:Машгиз, 1962. - 215 с.
10. Болотовская Т.П., Болотовский И.А., Бочаров Г.С. И др. Справочник по корригированию зубчатых колес / Под ред. И.А. Болотовского. Ч.2: Зубчатые передачи внешнего и внутреннего зацепления, составленные из колёс, нарезанных долбяками.- М.: Машиностроение, 1967. - 576 с.
11. Гольдфарб В. И., Ткачев А. А. Проектирование эвольвентных цилиндрических передач. Новый подход. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2004. – 94 с.